

TP3: Modulation et démodulation d'amplitude

Aymeric Arnould, Tom Colinot

10 décembre 2014

A. Préparation

I La modulation d'amplitude

1 Définitions

- On s'intéresse à la transmission d'un signal informatif $s_{inf}(t)$ de spectre borné $[F_{min}, F_{max}]$. Ici, on prend un signal sinusoïdal $s_{inf}(t) = S_m \cos(\Omega t)$.

Le signal porteur est $p(t) = S_p \cos(\omega_0 t)$, avec $\omega_0 \gg \Omega$.

- Les expressions des signaux modulés en amplitude sont alors :

- | | |
|--|--|
| - pour la modulation à double bande latérale à porteuse conservée (DBPC) : | - pour la modulation à double bande latérale à porteuse supprimée (DBPS) : |
|--|--|

$$s(t) = S_p[1 + m \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t)$$

$$s(t) = S_p[m \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t)$$

2 Caractéristiques d'une onde modulée en amplitude

2.1 Analyse temporelle

On peut tracer, à l'aide de Matlab, des signaux modulés. Ici $s_{inf}(t)$ est sinusoïdal, avec $S_m = 0,8$, $\Omega = 2\text{rad/s}$, et $S_p = 1,2$, $\omega_0 = 100\text{rad/s}$.

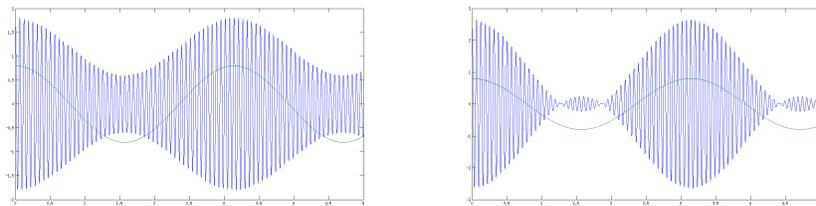


FIGURE 1 – DBPC : Allures de $s(t)$ et $s_{inf}(t)$, pour $m = 0,8$ puis $m = 1,2$

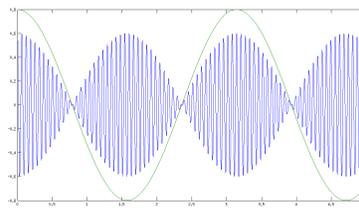


FIGURE 2 – DBPS : Allures de $s(t)$ et $s_{inf}(t)$

2.2 Analyse spectrale

Dans le cas d'un signal modulant sinusoïdal, on a

— en DBPC :

$$s(t) = S_p[1 + m \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t) = S_p \cos(\omega_0 t) + \frac{S_p m}{2} [\cos((\omega_0 - \Omega)t) + \cos((\omega_0 + \Omega)t)]$$

Le spectre de $s(t)$ est donc constitué de trois raies, deux raies d'amplitude $\frac{S_p m}{2}$ à $\omega_0 - \Omega$ et $\omega_0 + \Omega$, de part et d'autre d'une raie à ω_0 d'amplitude S_p .

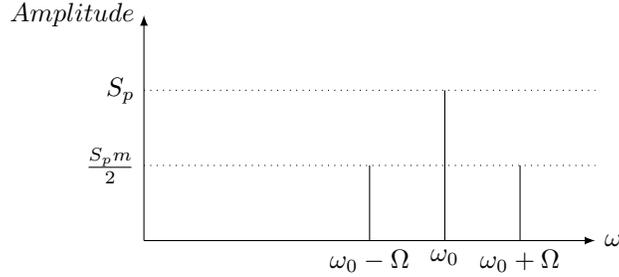


FIGURE 3 – Spectre de $x(t)$ dans le cas DBPC

— en DBPS :

$$s(t) = S_p[m \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t) = \frac{S_p m}{2} [\cos((\omega_0 - \Omega)t) + \cos((\omega_0 + \Omega)t)]$$

Le spectre de $s(t)$ est donc constitué de deux raies d'amplitude $\frac{S_p m}{2}$ à $\omega_0 - \Omega$ et $\omega_0 + \Omega$.

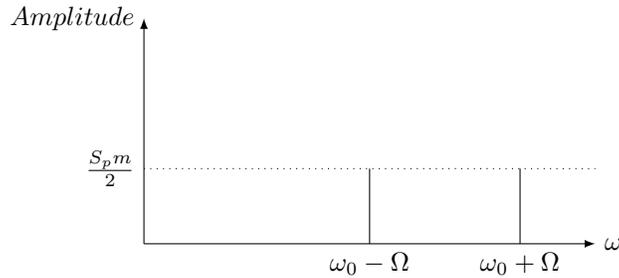


FIGURE 4 – Spectre de $x(t)$ dans le cas DBPS

Avec un analyseur de spectres (qui trace le spectre du signal temporel), on peut déterminer le type de modulation en comptant le nombre de raies (DBPC s'il y a 3 raies, DBPS s'il y en a 2). La visualisation du spectre donne également l'encombrement spectral du signal modulé (ici, $\frac{2\Omega}{2\pi}$).

2.3 Mesure du taux de modulation m

— *Analyse spectrale* : d'après l'étude précédente dans le cas DBPC, si on pose A_{ω_0} (resp. $A_{\omega_0 - \Omega}$) l'amplitude de la composante à ω_0 (resp. $\omega_0 - \Omega$) de $s(t)$, alors

$$m = \frac{2A_{\omega_0 - \Omega}}{A_{\omega_0}}$$

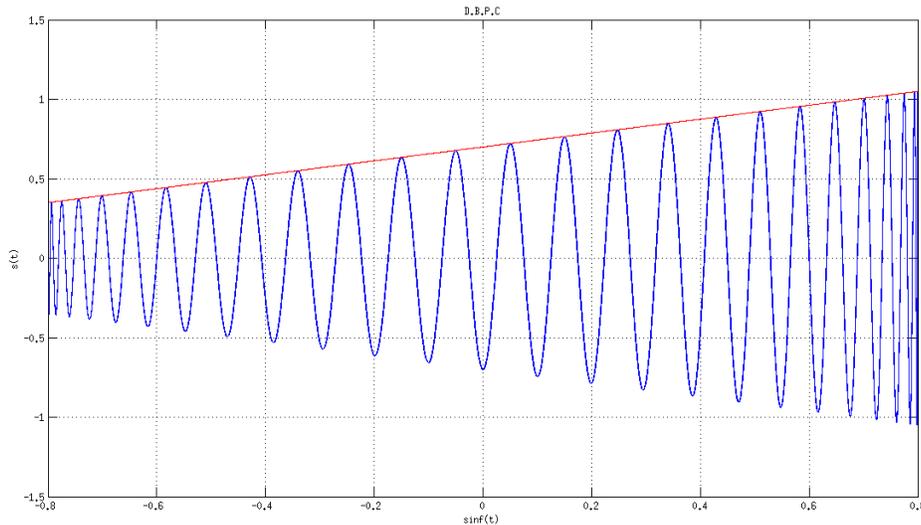
— *Visualisation de l'onde modulée en amplitude* : dans le cas DBPC,

$$s(t) = S_p[1 + m \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t)$$

En notant Max le maximum de l'enveloppe du signal, min le minimum, on a

$$m = 2 \frac{Max - min}{Max + min}$$

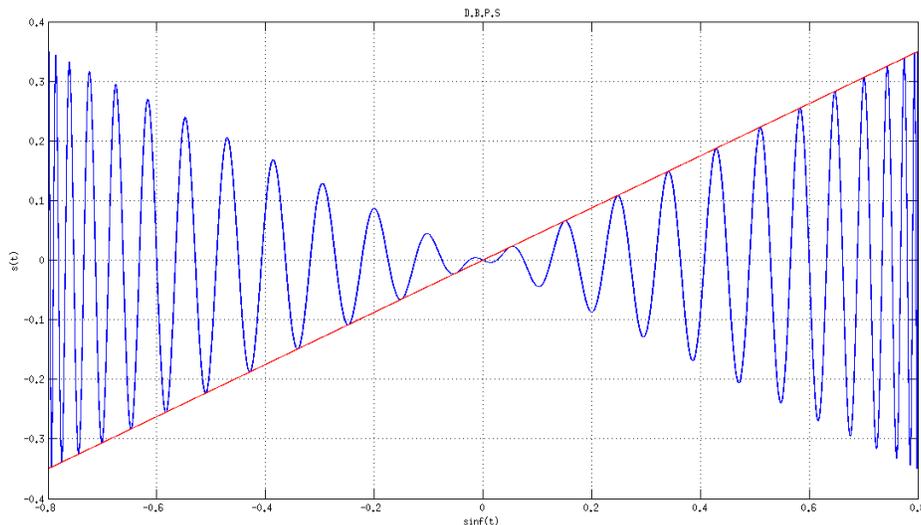
- *Méthode du trapèze* : dans le cas DBPC, en traçant $s(t)$ en fonction de $s_{inf}(t)$, avec l'oscilloscope en mode X-Y : En effet, on a : $s(t) = S_p(1 + ks_{inf}(t)) \cos(\omega_0 t)$

FIGURE 5 – Tracé de $s(t)$ en fonction de $s_{inf}(t)$, DBPC

L'enveloppe tracée en rouge est donc la droite $y(t) = S_p(1 + ks_{inf}(t))$. Ainsi, S_p est l'ordonnée à l'origine de cette droite, et kS_p est sa pente.

De plus, comme $s_{inf}(t) = S_m \cos(\Omega t)$, s_{inf} varie entre $-S_m$ et S_m qui définissent l'axe des abscisses sur lequel le tracé a été effectué.

Dans le cas DBPS, le même tracé donne :

FIGURE 6 – Tracé de $s(t)$ en fonction de $s_{inf}(t)$, DBPS

On sait que

$$s(t) = S_p k s_{inf}(t) \cos(\omega_0 t)$$

L'enveloppe tracée en rouge est donc une droite de pente $S_p k$ passant par l'origine. Comme précédemment, on a aussi la valeur de S_m par lecture sur l'axe des abscisses. On

peut donc en déduire la valeur de $m = kS_m$.

La méthode précédente fournissait les valeurs de m et S_p . Ici, on a aussi accès à S_m (ou k).

II Techniques de démodulation d'amplitude

1 Démodulation par détection d'enveloppe et filtrage

- *Principe* : lorsque $s(t)$ est positive et augmente, la capacité se charge et $r(t) = s(t)$. Lorsque $s(t)$ est maximale puis décroît, alors $s(t) < r(t)$ et D_1 se bloque : C_1 se décharge dans R_1 et $r(t)$ décroît selon une loi exponentielle. Il faut alors bien choisir R_1 et C_1 pour que la décharge ne soit pas trop rapide, afin que $r(t)$ ne varie pas trop entre deux pics maxima consécutifs de $s(t)$.
- Lors de la décharge de C_1 dans R_1 (aucun courant ne traverse la diode) :

$$r(t) = -R_1 C_1 \frac{dr(t)}{dt}$$

- On en déduit donc

$$r(t) = r_0 e^{-\frac{t-t_1}{R_1 C_1}}$$

où r_0 est la valeur en début de décharge, c'est-à-dire la valeur de $s(t)$ en $t = t_1$. Cette valeur est le maximum du signal $s(t)$, soit $S_p(1 + m \cos(\Omega t_1))$.

La pente de la droite de décharge du condensateur à l'instant t_1 est donc

$$\left. \frac{dr(t)}{dt} \right|_{t=t_1} = -\frac{S_p}{R_1 C_1} (1 + m \cos(\Omega t_1))$$

- L'enveloppe a pour expression temporelle $S_p(1 + m \cos(\Omega t))$, donc la pente de la tangente de l'enveloppe du signal modulé à l'instant t_1 est

$$-m\Omega S_p \sin(\Omega t_1)$$
- Pour avoir une bonne restitution, il faut que la pente de la droite de décharge en t_1 soit légèrement plus négative que la pente de la tangente de l'enveloppe quel que soit t_1 , c'est-à-dire que

$$-\frac{S_p}{R_1 C_1} (1 + m \cos(\Omega t_1)) < -m\Omega S_p \sin(\Omega t_1)$$

$$R_1 C_1 < \frac{1 + m \cos(\Omega t_1)}{m\Omega \sin(\Omega t_1)}$$

On pose $y(t) = \frac{1+m \cos(\Omega t)}{\Omega m \sin(\Omega t)}$. On a donc $R_1 C_1 < y(t_1)$. Montrons que la fonction $y(t)$ admet un maximum :

$$\begin{aligned} \frac{dy(t)}{dt} = 0 &\Leftrightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sin(\Omega t)} + m \frac{1}{\tan(\Omega t)} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\Omega \cos(\Omega t)}{\sin(\Omega t)^2} - m\Omega \frac{1}{\sin(\Omega t)^2} = 0 \\ &\Leftrightarrow \Omega t_1 = \arccos(-m) \end{aligned}$$

On a alors

$$y(t_1) \leq y(\arccos(-m)) = \frac{1 - m^2}{\Omega m \sin(\arccos(-m))} = \frac{1 - m^2}{\Omega m \sqrt{1 - m^2}} = \frac{\sqrt{1 - m^2}}{2\pi F m}$$

et donc

$$R_1 C_1 < \frac{\sqrt{1 - m^2}}{2\pi F m}$$

- Lorsque $m \rightarrow 1$, $R_1 C_1 \rightarrow 1$: la modulation de la sinusoïde est trop importante pour pouvoir être suivie par le condensateur. Lorsque la fréquence du signal modulant se rapproche de la fréquence de la porteuse, on ne détecte plus rien car la détection suit les crêtes de la porteuse.

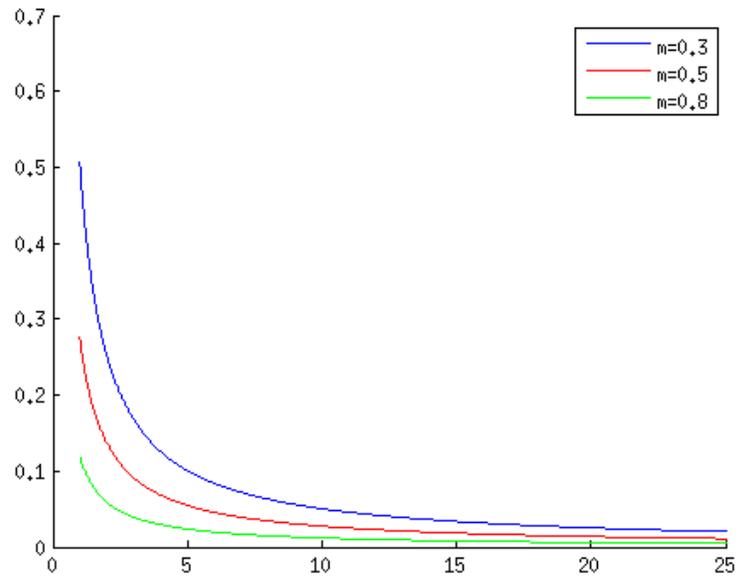


FIGURE 7 – Valeurs maximales de $\tau = R_1 C_1$ en fonction de F , pour différentes valeurs de m

2 Démodulation cohérente

2.1 Principe de la démodulation cohérente et intérêt

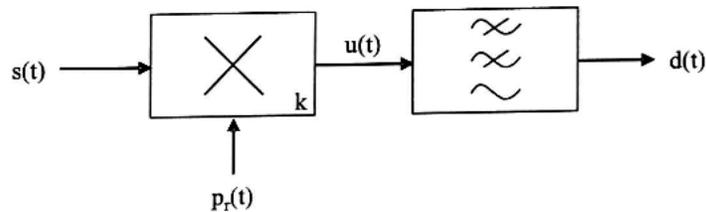


FIGURE 8 – Structure de principe d'un détecteur cohérent

On considère d'abord $p_r(t)$ identique à la porteuse $p(t)$. Ainsi, on a

DBPC :

$$\begin{aligned} u(t) &= kp(t)^2(1 + ks_{inf}(t)) \\ &= \frac{kS_p^2}{2}(1 + \cos(2\omega_0 t))(1 + m \cos(\Omega t)) \end{aligned}$$

Le spectre comporte des raies à Ω , $2\omega_0$, $2\omega_0 + \Omega$, $2\omega_0 - \Omega$.

DBPS :

$$\begin{aligned} u(t) &= k^2 p(t)^2 s_{inf}(t) \\ &= \frac{k^2 S_p^2}{2} \cos(\Omega t)(1 + \cos(2\omega_0 t)) \end{aligned}$$

Le spectre comporte des raies à Ω , $2\omega_0 + \Omega$, $2\omega_0 - \Omega$

Comme $\Omega \ll \omega_0$, si on utilise un passe-bas qui laisse passer Ω mais coupe le reste, on restitue bien le signal modulant.

On considère maintenant $p_r(t)$ déphasée d'un angle ϕ par rapport à $p(t)$.

On a donc

$$\begin{aligned}
 u(t) &= (1 + s_{inf}(t))p(t)p_r(t) \\
 &= (1 + m \cos(\Omega t))S_p \cos(\omega_0 t)S_p \cos(\omega_0 t + \phi) \\
 &= S_p^2 \left(\frac{\cos(2\omega_0 t + \phi) + \cos(\phi)}{2} + \frac{m}{2} (\cos(\phi) \cos(\Omega t) + \frac{\cos((2\omega_0 - \Omega)t + \phi) + \cos((2\omega_0 + \Omega)t + \phi)}{2}) \right)
 \end{aligned}$$

Après filtrage, il ne reste qu'une composante continue et une composante à Ω dont l'amplitude (positive par définition) varie en $|\cos(\phi)|$.

2.2 Dimensionnement du filtre passe-bas

On utilise un filtre passe-bas du second ordre réalisé par une structure de Rauch.

$$F_{PB}(p) = \frac{-1}{1 + 3R_0C_2p + R_0^2C_1C_2p^2}$$

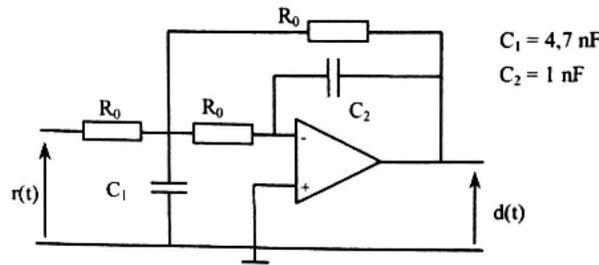


FIGURE 9 – Filtre passe-bas (Structure de Rauch)

On a donc $\omega_{0PB} = \frac{1}{R_0\sqrt{C_1C_2}}$ et $\xi = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$

On impose un coefficient d'amortissement du filtre $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, ce qui est bien vérifié avec les valeurs de C_1 et C_2 .

Pour avoir une fréquence de coupure $f_c = 20kHz$, il faut $R_0 = 3,7k\Omega$.

III Étude d'une chaîne de transmission

1 Modélisation du canal de transmission

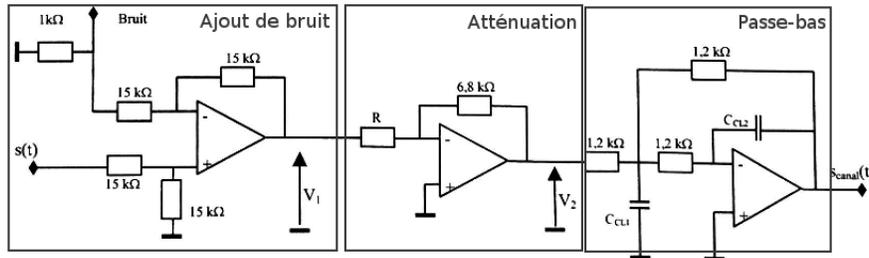


FIGURE 10 – Modélisation du canal de transmission

— Étude du bloc qui ajoute le bruit.

Au bornes de l'amplificateur opérationnel

$$V_- = \frac{B/R + V_1/R}{2/R} = \frac{B + V_1}{2}$$

$$V_+ = \frac{S/R}{2/R} = \frac{S}{2}$$

En considérant l'amplificateur parfait :

$$V_1 = \frac{S - B}{2}$$

— *Fonction de transfert du filtre passe-bas utilisé*

$$F_{PB}(p) = \frac{-1}{1 + 3R_0C_{CL2}p + R_0^2C_{CL1}C_{CL2}p^2} \quad \text{avec } R_0 = 1,2k\Omega$$

On a donc $\omega_{0PB} = \frac{1}{R_0\sqrt{C_{CL1}C_{CL2}}}$ et $\xi = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{C_{CL2}}{C_{CL1}}}$.

On impose un coefficient d'amortissement du canal $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, donc $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{C_{CL2}}{C_{CL1}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ soit

$$\frac{C_{CL2}}{C_{CL1}} = \frac{2}{9}$$

— *Atténuateur* : on a $\frac{V_2}{6,8k\Omega} + \frac{V_1}{R} = 0$ donc l'atténuateur a un gain de $-\frac{R}{6,8k\Omega}$.

B. Expérimentation

I Caractéristiques de la modulation d'amplitude

Le multiplieur AD633 effectue l'opération

$$S = kXY + W$$

Dans un premier temps, on veut mettre W à 0 donc on relie les bornes B et gnd avec un fil.
 — On applique sur les deux entrées la même tension sinusoïdale, de fréquence 10kHz, d'amplitude 1V.

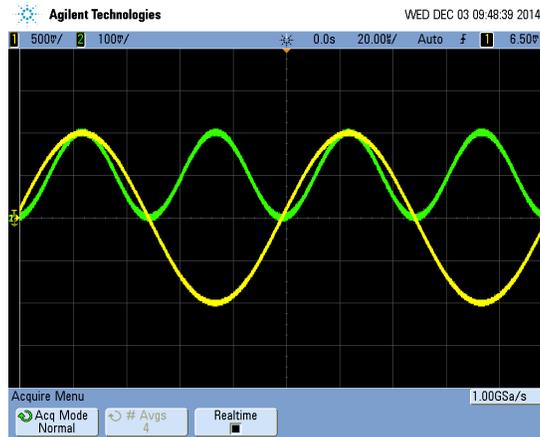


FIGURE 11 – $s(t) = kx_0^2 \sin^2(\omega_0 t)$, $x_0 = 1V$, $f_0 = 10kHz$

On obtient un signal $s(t) = s_0 \sin^2(\omega_0 t)$, avec $s_0 = 100mV$. On en déduit donc $k = 0,1$. La valeur de k ne change pas à 70kHz.

— On applique sur une des entrées le signal modulant de fréquence 5kHz et sur l'autre le signal porteur à 70kHz. Pour l'instant, on est en DBPS car on ne fait que multiplier les deux entrées entre elles

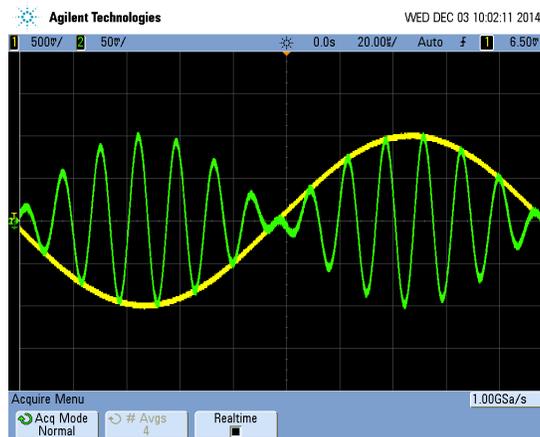


FIGURE 12 – DBPS : $s(t) = kp(t)s_{inf}(t)$, modulante $F = 5kHz$, porteuse $f_0 = 70kHz$

On observe bien une porteuse à 70kHz modulée par la modulante à 5kHz.

1 Cas de la modulation D.B.P.C.

Pour réaliser une DBPC, on relie les bornes A et B sur la plaquette à l'aide d'un filtre. Cela revient à ajouter la porteuse au signal de sortie :

$$s(t) = kS_p S_m [\cos(\omega_0 t) \cos(\Omega t)] + S_p \cos(\omega_0 t)$$

Modulation classique

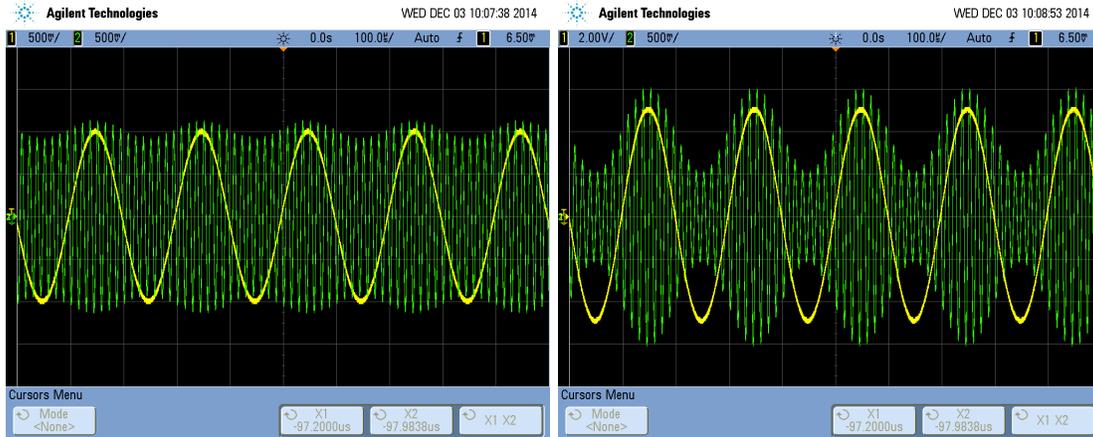


FIGURE 13 – Signal temporel $s(t)$ en modulation classique, avec $S_m = 1V$ puis $S_m = 5V$

Pour le second cas, on voit que l'amplitude de la modulation est de 4V, et la valeur moyenne de 4V. D'après la préparation, en notant Max le maximum de l'enveloppe du signal, min le minimum, on a

$$m = 2 \frac{Max - min}{Max + min}$$

donc on a ici $m = 0,5$. Ceci correspond à la valeur attendue, car avec $S_m = 5V$, $m = kS_m = 0,5$.

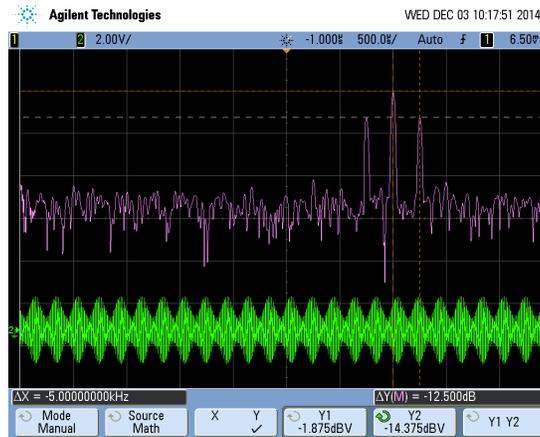


FIGURE 14 – FFT de $s(t)$ en modulation classique, FFT, avec $S_m = 5V$

D'après la préparation, si on note A_{ω_0} (resp. $A_{\omega_0 - \Omega}$) l'amplitude de la composante à ω_0 (resp. $\omega_0 - \Omega$) de $s(t)$, alors

$$m = \frac{2A_{\omega_0 - \Omega}}{A_{\omega_0}}$$

Ainsi, avec $\Delta(Y)$ le rapport en dB des amplitudes des pics déterminés par FFT sur l'oscilloscope,

$$m = 2 * 10^{\frac{\Delta(Y)}{20}}$$

On mesure $\Delta(Y) = -12.5dB$. On peut donc en déduire $m = 0.47$.

On retrouve donc bien par les deux méthodes (visualisation temporelle et analyse spectrale) la valeur du taux de modulation attendue.

Surmodulation

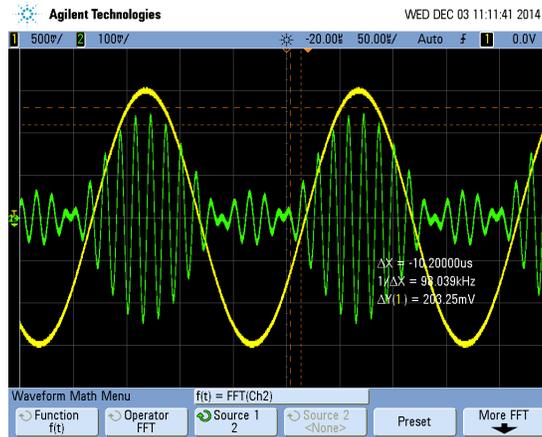


FIGURE 15 – Signal temporel $s(t)$ en surmodulation, avec $S_m = 1,5V$ et pont diviseur de gain 0,1

On réalise à l'aide d'un pont diviseur :

$$s(t) = kS_p S_m [\cos(\omega_0 t) \cos(\Omega t)] + 0,1 S_p \cos(\omega_0 t)$$

On a donc le taux de modulation $m = \frac{kS_p S_m}{0,1 S_p} = 1,5$ avec $S_p = 1V$.

On peut le retrouver expérimentalement : l'amplitude de la modulation est de 0,75V, et sa valeur moyenne est 0,5V.

On a donc

$$m = 2 \frac{Max - min}{Max + min} = 0,75/0,5 = 1,5$$

2 Cas de la modulation D.B.P.S

Le signal modulé est alors :

$$s(t) = kS_p S_m [\cos(\Omega t) \cos(\omega_0 t)]$$

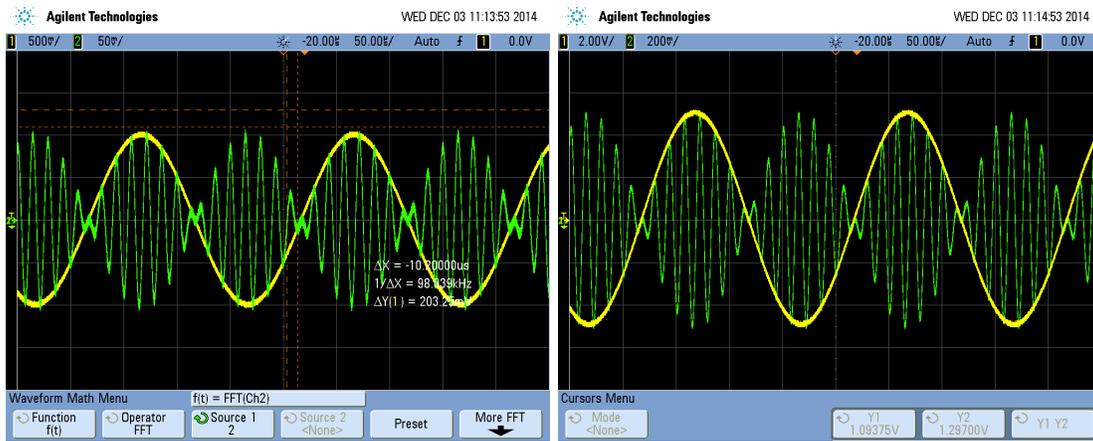


FIGURE 16 – Signal temporel $s(t)$, avec $S_m = 1V$ puis $5V$

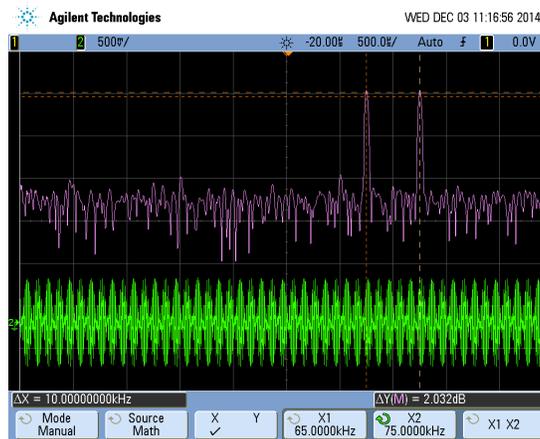


FIGURE 17 – FFT de $s(t)$, avec $S_m = 1V$

II Techniques de démodulation d'amplitude

1 Démodulation par détection d'enveloppe

On réalise un détecteur d'enveloppe avec $R_1 = 15k\Omega$ et $C_1 = 15nF$.

Dans un premier temps, on regarde l'influence de m .



FIGURE 18 – Détection d'enveloppe, $F = 5kHz$, $m = 0,1$ puis $0,4$

On remarque que lorsque m s'approche de 1, la détection se détériore. C'est ce qui avait été prévu en préparation : la décharge du condensateur est trop lente (par rapport aux variations de la modulante) pour suivre la modulation.

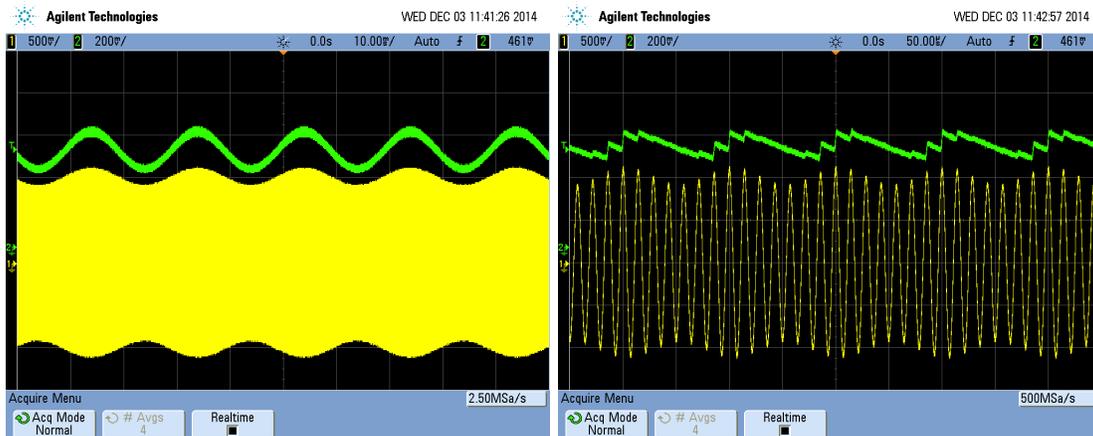
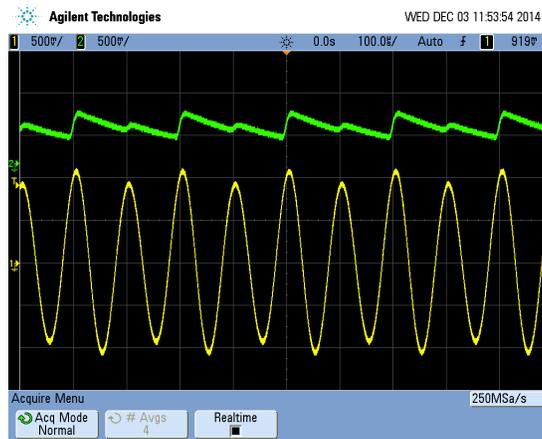


FIGURE 19 – Détection d'enveloppe, $F = 50Hz$ puis $10kHz$, $m = 0,1$

À basse fréquence, le signal modulant est bien restitué. À haute fréquence, la décharge du condensateur est trop lente (par rapport à la fréquence de la modulante) pour suivre la modulation.

Lorsque la fréquence de la porteuse est proche de $2F$, la détection ne peut plus se faire car les fréquences sont trop proches pour pouvoir voir la modulation.

FIGURE 20 – Détection d'enveloppe pour $f_0 = 2F$

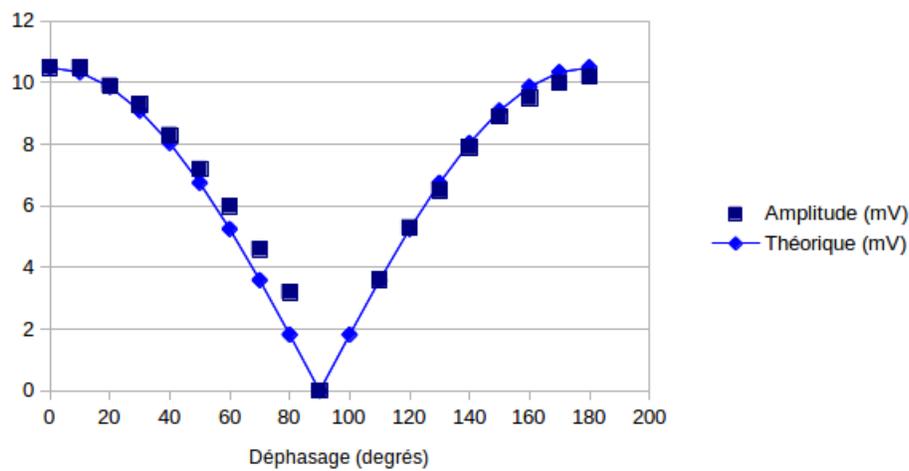
2 Démodulation par détection synchrone : démodulation cohérente

On utilise le GBF 2 voies pour générer la porteuse et un signal synchrone avec la porteuse, avec un déphasage variable.

Le signal en entrée du filtre est :

$$u(t) = (1 + \sin_f(t))p(t)p_r(t) = (1 + m \cos(\Omega t))S_p \cos(\omega_0 t)S_p \cos(\omega_0 t + \phi)$$

On filtre et on ne récupère que la composante représentant la modulante . On relève son amplitude en fonction du déphasage entre porteuse et porteuse reconstituée.

FIGURE 21 – Amplitude du signal démodulé en fonction du déphasage entre $p(t)$ et $p_r(t)$

On retrouve une loi correspondant à un cosinus (en valeur absolue).

On montre donc qu'il est important d'avoir une porteuse et une porteuse reconstituée en phase pour récupérer le maximum de signal en sortie. Cependant, la démodulation synchrone fonctionne si le déphasage entre les deux signaux $p(t)$ et $p_r(t)$ reste faible.

III Étude de la démodulation d'un signal bruité

1 Le canal de transmission

On trace le diagramme de Bode du canal de transmission. Celui-ci devait avoir une fréquence de coupure de l'ordre de 100kHz et un amortissement proche de 0,707.

Avec $R = 6,8k\Omega$, pour avoir les conditions $\frac{C_{CL2}}{C_{CL1}} = 0,22$ et $C_{CL1}C_{CL2} = 5,5.10^{-20}$, on prend pour valeur numérique des condensateurs $C_1 = 330pF$ et $C_2 = 100pF$.

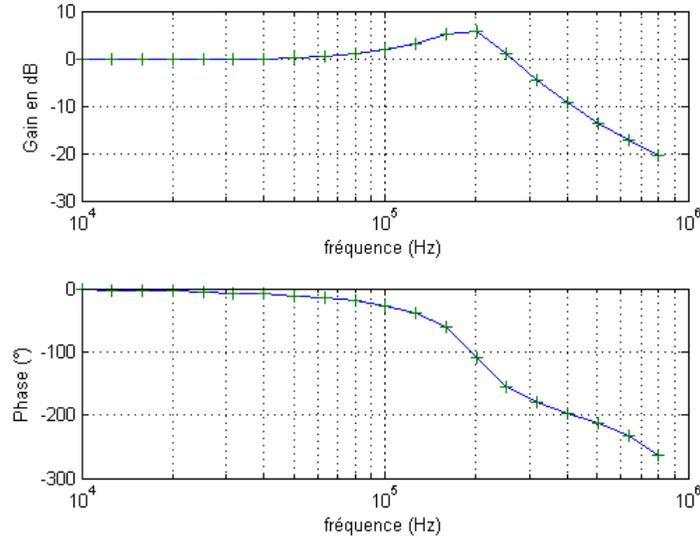


FIGURE 22 – Diagramme de Bode du canal de transmission

Le filtre est bien un passe-bas d'ordre 2 de fréquence de coupure autour de 100kHz.

2 Influence du bruit vis-à-vis de la démodulation synchrone

On introduit volontairement du bruit dans la transmission et on observe le signal de sortie. Pour un bruit modéré, le signal modulé est encore reconnaissable :

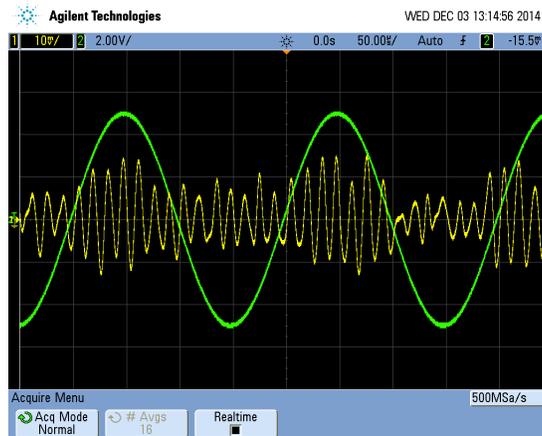


FIGURE 23 – Signaux modulant et modulé, bruit modéré

Lorsque le signal est fortement bruité, (ici, l'amplitude du bruit est égale à l'amplitude de la modulante) le signal reconstitué est lui aussi fortement bruité mais la détection est tout de même réalisée :

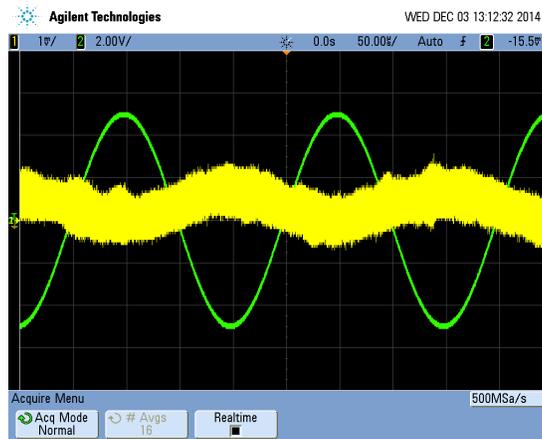


FIGURE 24 – Signaux modulant et démodulé, bruit fort

Si le bruit reste limité, on montre que la démodulation est d'assez bonne qualité. En effet, on peut tracer la FFT du signal modulé en sortie du canal de transmission :

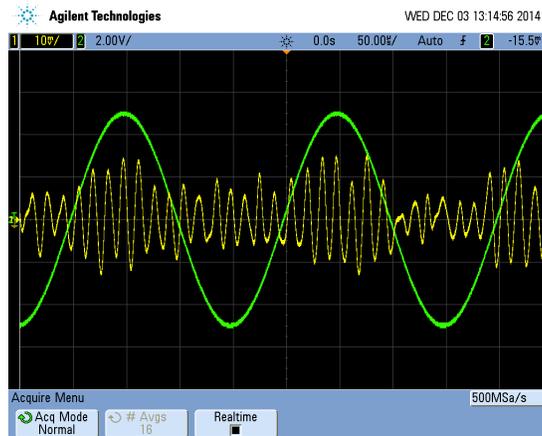


FIGURE 25 – Signal modulé transmis (en haut), signal démodulé (au milieu) et sa FFT (en bas)

Le signal démodulé est une sinusoïde bruitée. Sa FFT présente un pic à 5kHz, ce qui montre qu'on récupère effectivement une modulante altérée.

La détection synchrone permet, même en cas de signal fortement bruité, de récupérer de façon acceptable le signal modulant.