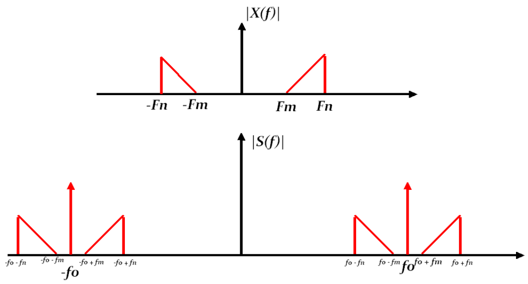
TD8 : Modulation avec récupération de porteuse

A-1) Le spectre des signaux modulant et modulé bilatéral sont :



2) Quel est le type de modulation ?

$$s(t) = kx(t) * p(t) + p(t) \quad (1)$$
$$= p(t)[1 + kx(t)] \quad (2)$$

Or,

$$m = |kx(t)| = |kA_x| = \left|\frac{A_x}{V_0}\right| \geq 1 \quad (3)$$

On est donc en modulation d'amplitude à porteuse conservée avec surmodulation pour faciliter la récupération de la porteuse en réception.
B-Démolulation et réception 1) On fait l'hypothèse que $\Phi_e(t) = 2\pi f_0 t + \phi(t)$
Donc on a :

$$e(t) = A_e Cos(\Phi_e(t)) = A_e cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$$

e(t) étant la sortie du VCO avec $f_i(t) = f_0 + av(t)$ avec v(t) l'entrée du VCO

Exprimons $\phi(t)$ en fonction de $v(t)$:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\Phi_e(t) \Rightarrow d\Phi_e(t) = 2\pi f_i(t)dt$$
$$\Rightarrow \Phi_e(t) = 2\pi \int_0^t f_i(\tau)d\tau$$
$$\Rightarrow \Phi_e(t) = 2\pi f_0 t + 2\pi a \int_0^t v(\tau)d\tau$$
$$\Rightarrow \phi(t) = 2\pi a \int_0^t v(\tau)d\tau$$

2) Calculons u(t) en fonction de x(t),f_0 et $\phi(t)$:

$$u(t) = ks_r(t)e(t)$$
$$= kA[1 + kx(t)]cos(2\pi f_0 t)A_e cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$$
$$= kAA_e[1 + kx(t)][\frac{1}{2}cos(4\pi f_0 t + \phi(t)) + \frac{cos(\phi(t))}{2}]$$

3) On veut seulement conserver $v(t) = kAA_e[1 + kx(t)]\frac{cos(\phi(t)}{2}$ donc il faut :

$$F_n \leq f_{c1} << 2f_0$$

4) Déterminons l'équation différentielle sur $\phi(t)$ où apparait x(t) :

$$\begin{aligned}
\left\{\begin{array}{l} f_i(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\Phi_e(t) \\ f_i(t) = f_0 + av(t) \end{array}\right. &\Rightarrow f_0 + av(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\Phi_e(t) \\
&\Rightarrow f_0 + av(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}(2\pi f_0 t + \phi(t)) \\
&\Rightarrow f_0 + av(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t)}{dt} \\
&\Rightarrow \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t)}{dt} = av(t) = akAA_e[1 + kx(t)]\frac{cos(\phi(t))}{2}
\end{aligned}$$

5) Résolons l'équation différentielle en faisant apparaitre $\int x(t)dt$
Indication : $\int \frac{df}{cos(f)} = ln|tan(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4})|$ D'après l'équation précédente on a :

$$\frac{df}{cos(f)} = \pi akAA_e[1 + kx(t)]dt$$

d'où :

$$ln|tan(\frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{4})| = \pi akAA_e t + \pi ak^2 AA_e \int_0^t x(\tau)d\tau + cst$$

6) Quelle est la valeur de ϕ_∞ (ϕ quand $t \to \infty$) si $x(t) = A_x cos(2\pi Ft)$ avec, $F_m < F < F_n$?

On prend l'exponentielle des deux membres de l'aquation précédente et il vient :

$$|tan(\frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{4})| = e^{\pi akAA_e t + \frac{\pi ak^2 AA_e A_x}{2F} sin(2\pi Ft) + cst}$$

Or, l'exponentielle tend vers l'infini quand $t \to \infty$ donc la tangente tend vers l'infini ce qui correspond à :

$$\begin{aligned}
\frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{4} = \pm\frac{\pi}{2} + 2n\pi \text{ avec } n \in \mathbb{N} &\Rightarrow \phi_{infty} = \pm\pi - \frac{\pi}{2} + 4n\pi \\
&\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \phi_{infty} = \frac{\pi}{2} + 4n\pi \\ \phi_{infty} = -\frac{3\pi}{2} + 4n\pi \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \phi_{infty} = \frac{\pi}{2} + 4n\pi
\end{aligned}$$

7) Le terme qui permet de connaitre f_∞ est dû à la conservation de la porteuse (à l'émission).
En effet, il est responsable du terme $e^{\pi akAA_e t}$ qui tend vers l'infini. Le résultat $\phi_\infty = \frac{\pi}{2}$ serait le même quelque soit x(t).

8)

$$\begin{aligned}
y(t) &= ks_r(t) * e(t) * \Phi(t) \\
&= Acos(2\pi f_0 t)[1 + kx(t)]cos(2\pi f_0 t + \phi_\infty + \Phi) \\
&= \frac{A}{2}(cos(\phi_\infty + \Phi) + cos(4\pi f_0 t) + \phi_\infty + \Phi))[1 + kx(t)]
\end{aligned}$$

9) $F_m < 2f_{c2} << 2f_0$ et $x(t) = \frac{kAA_e}{2}[1 + kx(t)]$
10) Φ_{opt} tel que $|cos(\phi_\infty - \Phi)| + \frac{Pi}{2}$